# Reação de Radiação

# 1. Introdução

- A eletrodinâmica clássica é o ramo fundamental da física que descreve as interações eletromagnéticas entre partículas carregadas e campos elétricos e magnéticos que nos quais elas permeiam.
- Uma consequência dessas interações é a que ocorre quando cargas estão em movimento: A Radiação eletromagnética.
- Problemas na mecânica clássica e relativística*.

# 2. Metodologia

- Abordar os potenciais  e campos de Liénard-Wiechert
- Radiação eletromagnética de cargas aceleradas
- Radiação em baixas velocidades
- Reação de Radiação no contexto clássico - não relativístico.

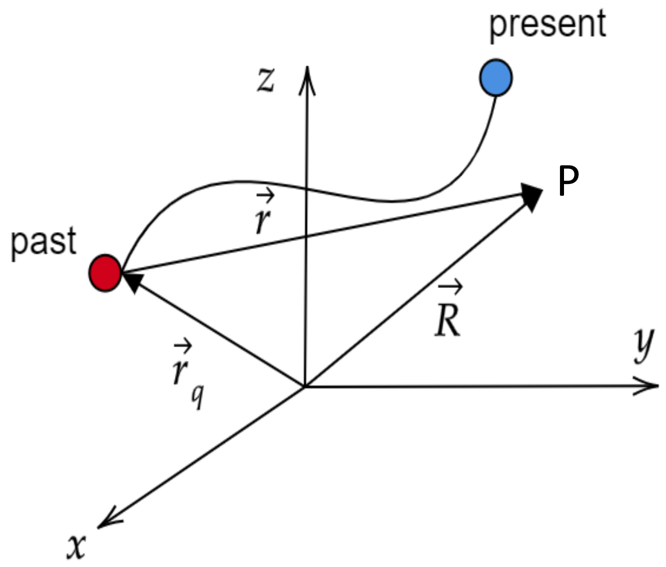
# 3. Objetivos

- Obter a Potência irradiada em um contexto geral;
- Obter a Potência irradiada por uma carga no limite de baixas velocidades ;
- Entender acerca da Reação de radição a partir da conservação da energia.

# 4. Potenciais de Liénard-Wiechert

$$\phi(\mathbf{r},t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int d^3r' \int dt' \, \frac{\rho(\mathbf{r}_q(t),t')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q(t)|} \, \delta\left(t' - \left[t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q(t')|}{c}\right]\right)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r' \int dt' \, \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}_q(t),t')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q(t)|} \, \delta\left(t' - \left[t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q(t')|}{c}\right]\right)$$



# 5. Campos de Liénard-Wiechert

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{c}\left[\hat{R}(t_R) \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\right]$$

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left\{ \frac{\left(\mathbf{R}(t_R) - |\mathbf{R}(t_R)|\vec{\beta}(t_R)\right)\left(1 - |\vec{\beta}(t_R)|^2\right)}{\left[|\mathbf{R}(t_R)| - \mathbf{R}(t_R)\cdot\vec{\beta}(t_R)\right]^3} + \frac{\mathbf{R}(t_R) \times \left[\left(\mathbf{R}(t_R) - |\mathbf{R}(t_R)|\vec{\beta}(t_R)\right) \times \frac{\vec{\alpha}(t_R)}{c}\right]}{\left[|\mathbf{R}(t_R)| - \mathbf{R}(t_R)\cdot\vec{\beta}(t_R)\right]^3} \right\}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c}\left\{ \frac{\left(\vec{\beta}(t_R) \times \mathbf{R}(t_R)\right)\left[1 - |\vec{\beta}|^2 + \mathbf{R}(t_R)\cdot\frac{\vec{\alpha}(t_R)}{c}\right]}{\left[|\mathbf{R}| - \mathbf{R}(t_R)\cdot\vec{\beta}\right]^3} + \frac{\frac{\vec{\alpha}(t_R)}{c} \times \mathbf{R}(t_R)}{\left[|\mathbf{R}| - \mathbf{R}(t_R)\cdot\vec{\beta}\right]^2} \right\}$$

# 6. Radiação de uma carga acelerada

- Uma carga acelerada radia, estamos interessados na radiação
- emitida a pontos muitos distantes da fonte, o termo dependente da velocidade, proporcional a 1/R^2, se
- anulam mais rápido que os campos de aceleração, proporcionais a 1/R, quando R → ∞. Neste limite, o
- campo elétrico será expresso por:

$$\mathbf{E}_a(\mathbf{r},t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{R} \times \left[ \left( \hat{R} - \vec{\beta} \right) \times \frac{\vec{\alpha}}{c} \right]}{\left[ |1 - \hat{R} \cdot \vec{\beta} \right]^2 \left[ |\mathbf{R}| - \mathbf{R} \cdot \vec{\beta} \right]}$$

•Lembrando que a o fluxo de energia (por unidade de área) transportado pela onda eletromagnética é dado pelo vetor de Poynting,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \left[ \frac{\hat{R} \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{c} \right]$$

# 6. Radiação de uma carga acelerada

- Assim, podemos obter a potência emitida de uma carga em movimento:

$$P(t_R) = \oint d\Omega \frac{R^2}{\mu_0 c} \left[1 - \hat{R} \cdot \vec{\beta}\right] |\mathbf{E}_a|^2$$

- No contexto de baixas velocidades consideramos uma carga q em movimento de tal forma que sua velocidade seja muito baixa quando comparadas com a velocidade da luz. Neste caso, podemos considerar o limite em que β → 0

$$\lim_{\vec{\beta}\to 0} \mathbf{E}_a(\mathbf{r},t) = \lim_{\vec{\beta}\to 0} \left\{ \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{R} \times \left[\left(\hat{R} - \cancel{\vec{\beta}}\right) \times \frac{\vec{\alpha}}{c}\right]}{\left[\left|1 - \cancel{\hat{R} \cdot \vec{\beta}}\right]^2 \left[|\mathbf{R}| - \cancel{\mathbf{R} \cdot \vec{\beta}}\right]} \cdot \right\} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\hat{R} \times \left[\hat{R} \times \mathbf{a}\right]}{|\mathbf{R}|}$$

- Dessa forma, encontramos o vetor de Poynting:

$$\mathbf{S} = \left( \frac{\mu_0 q^2 |\mathbf{a}|^2}{16\pi^2 c |\mathbf{R}|^2} \sin^2\theta \right) \hat{R}$$

# 6. Radiação de uma carga acelerada

- Realizando a integração na superfície da fórmula anterior, obtemos a potência:

$$P = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c}|\mathbf{a}|^2$$

- Conhecida como fórmula de Larmor para a radiação emitida pela partícula.

# 7. Radiação Emitida por uma Carga com uma Orientação Qualquer entre Velocidade e Aceleração

- Para o caso geral em que a velocidade e a aceleração da partícula tem uma orientação qualquer, o campo elétrico é dado pela relação:

$$\mathbf{E}_a(\mathbf{r},t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{R} \times \left[\left(\hat{R} - \vec{\beta}\right) \times \frac{\vec{\alpha}}{c}\right]}{\left[|1 - \hat{R} \cdot \vec{\beta}\right]^2 \left[|\mathbf{R}| - \mathbf{R} \cdot \vec{\beta}\right]}$$

- Cuja potência irradiada pela carga é dada pela seguinte expressão:

$$P = \frac{\mu_0 q^2 \gamma^6}{6\pi c} \left[|\mathbf{a}|^2 - \left|\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{a}}{c}\right|^2\right]$$

# 8. Reação de Radiação

- Quando uma partícula de massa m carregada com uma carga q sofre a ação de uma força resultante não nula, ela adquire uma aceleração e consequentemente uma variação em sua energia cinética.
- A força externa, durante o deslocamento da partícula, realiza trabalho e pelo teorema trabalho-energia
- o seu valor deveria ser igual à variação de energia cinética. Entretanto, sabemos que cargas aceleradas emitem radiação,
- nem todo trabalho realizado é convertido em energia cinética.
- Uma parte da energia torna-se radiação, e faz parecer como se a força resultante na partícula fosse menor.

# 8. Reação de Radiação

$$\mathbf{F}_{rad} \cdot \mathbf{v} = -\frac{\mu_0 q^2}{6\pi c}|\mathbf{a}|^2$$

•É importante notar que essa equação não está completa, pois a carga também tem campos de velocidade, os quais têm uma energia associada.

• No entanto, a energia gerada pelos campos de velocidade não se”desprende” da carga, assim como ocorre com os campos de radiação.

•Para determinar a energia perdida pela carga deve-se levar em conta tanto a parte de radiação quanto a parte dos campos de velocidade.

•Todavia, se considerarmos um movimento cíclico em pequeno intervalo de tempo [t1, t2] de modo que a energia associada aos campos de velocidade serão iguais nos dois instantes.

# 8. Reação de Radiação

- Realizando a integração no intervalo de tempo [t1,t2]:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt\, \mathbf{F}_{rad} \cdot \mathbf{v} = -\int_{t_1}^{t_2} dt\, \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c} |\mathbf{a}|^2$$

- É possível obter a seguinte lei de força de radiação:

$$\mathbf{F}_{rad} = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c}\, \dot{\mathbf{a}}$$

# 8. Reação de Radiação

- Pela segunda lei de Newton, encontramos um resultado intrigante:

$$\mathbf{F}_{rad} = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c}\,\dot{\mathbf{a}} = m\mathbf{a}$$

- Tal equação diferencial possui a seguinte solução:

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{a}_0 \exp\left[\frac{6\pi mc}{\mu_0 q^2}\,t\right]$$

•Nota-se também que a aceleração aumenta exponencialmente com o tempo e, como este resultado foi obtido a partir da formula de Larmor, a conservação de energia é respeitada. Tal consequência é fisicamente inaceitável, pois esta solução indica a existência de forças associadas com energia infinita.

# 9. Conclusões

A introdução do conceito de tempo de retardo permitiu determinar os potenciais de Lienard-Wiechert, bem como os campos correspondentes. Com esses resultados em mãos, examinamos a capacidade dos campos de Lienard-Wiechert em descrever a radiação emitida por cargas pontuais, culminando na derivação da fórmula de Larmor. A utilização dessa fórmula permitiu a descrição da potência de radiação associada à força conhecida como a força de Abraham-Lorentz. Por conseguinte foi observado que a força de Abraham-Lorentz, para o caso simples, é dada em termos de uma aceleração exponêcial, sem no entanto violar a conservação de energia. Tal consequência é fisicamente inaceitável, pois esta solução indica a existência de forças associadas com energia infinita.

- FIM